

Nome e Cognome: .....

---

1. Risolvere:

a)  $\log_2(1 - x) - \log_4(2x + 1) = 0$

b)  $(\frac{1}{2})^{2x} - 2(\frac{1}{2})^x = 15$

c)  $\sin(5x) = \cos(\pi - 2x)$

---

2. Di un triangolo  $ABC$  si conoscono un lato  $a$ , un angolo  $\beta$  e la lunghezza  $l_\beta$  della bisettrice dell'angolo  $\beta$ , i cui valori sono:

$$a = 7 \text{ cm}$$

$$\beta = 65^\circ$$

$$l_\beta = 8 \text{ cm} .$$

a) Costruire il triangolo  $ABC$

b) Calcolare  $b, c, \alpha, \gamma$

c) Calcolare l'area del triangolo  $ABC$

d) Calcolare il raggio del cerchio inscritto al triangolo

---

3. Si consideri il punto  $P\left(\frac{m-3}{5}; \frac{4}{2-m}\right)$  e il rettangolo  $ABCD$  definito dai punti seguenti:

$$A(-1; -1), B(10; -1), C(10; 4), D(-1; 4) .$$

.

a) Per  $m = 3/2$ , determinare se il punto  $P$  è interno o esterno al rettangolo.

b) Trovare per quali valori di  $m$  il punto  $P$  si trova all'interno o sul bordo del rettangolo.

---

4. I punti nello spazio  $O(-1; 3; 2)$ ,  $P(-5, 0, 5)$  e  $Q(2, 6, 6)$  sono rispettivamente il centro di una circonferenza e due punti sulla stessa circonferenza.

a) Dato il punto  $S(1; -5; -4)$ , verificare che non appartiene alla circonferenza.

b) Calcolare l'area del triangolo  $OPS$ .

c) Calcolare l'angolo  $\widehat{POQ}$ .

d) Calcolare la lunghezza dell'arco  $PQ$ .

e) Dato il punto  $R(17; 25; z)$  esterno alla circonferenza, determinare il valore che deve assumere la coordinata mancante affinché il segmento  $PR$  sia tangente alla circonferenza.

---

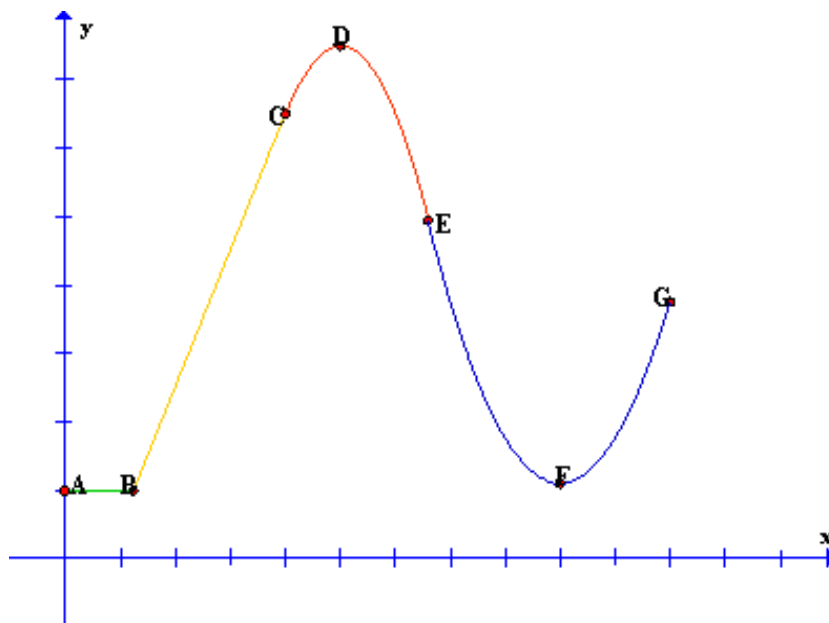
Nome e Cognome: .....

---

5. La figura raffigurata sotto rispecchia parte dell'andamento della montagna russa più alta d'Europa (Silver Star) che si trova al parco divertimenti Europa Park di Rust, in Germania.

E' noto che:

- Il primo tratto orizzontale  $AB$  si trova ad un'altezza di 10 [m] ed ha una lunghezza di 12.5 [m].
- La salita rettilinea  $BC$  ha pendenza del 200% ( $m = 2$ ) e risulta essere tangente alla prima parabola.
- La parabola 1 ( $CDE$ ) ha equazione  $y = -\frac{1}{10}x^2 + 10x - 175$ .
- La parabola 2 ( $EFG$ ) ha equazione  $y = \frac{1}{15}x^2 + bx + c$ .



Determinare analiticamente:

- a) L'equazione della retta che rappresenta la salita rettilinea
- b) La lunghezza della salita rettilinea
- c) L'altezza massima raggiunta dal vagoncino
- d) I valori dei coefficienti  $b$  e  $c$  della seconda parabola affinché la stessa risulti essere tangente in  $E$  alla prima parabola e avente il vertice in  $x_v = 90$  [m]
- e) Le coordinate del punto di tangenza tra le due parabole

Nome e Cognome: .....

---

6. Una fabbrica produce delle borse, il cui prezzo di vendita è di 18 CHF per unità prodotta. Le spese quotidiane di produzione si suddividono in
- 100 CHF di spese fisse.
  - 7 CHF per ogni borsa prodotta.
  - Spese di manutenzione impianti pari al 10% del quadrato del numero di unità prodotte.
- a) Esprimere il profitto giornaliero  $P$  in funzione del numero  $Q$  di borse prodotte
- b) Rappresentare graficamente la funzione  $P(Q)$  nell'intervallo  $0 \leq Q \leq 100$
- c) Calcolare per quale numero  $Q$  di borse prodotte al giorno si realizza il massimo profitto.
- d) Quali condizioni bisogna porre sul numero di borse prodotte al giorno per non trovarsi in perdita? Considerare per questa risposta che tutte le unità prodotte vengono vendute.
-