

Nome e Cognome: .....

---

1. Risolvi le seguenti equazioni:

a)  $2^{x+3} + 2^{x-1} = 51$

b)  $(\log_3 x - \frac{1}{2})^2 + 2 \log_3 x = 3 \log_3 x^2 - \frac{23}{4}$

c)  $2 \cos^2 x + \sin x = 1$  (in  $\mathbb{R}$ )

---

2. Date le due funzioni

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 5}}, \quad g(x) = -2x + 4$$

a) Trovare il dominio di  $f(x)$ .

b) Determinare le coordinate dei punti di intersezione fra le due funzioni.

---

3. Un'auto solare viaggia a 40 km/h in pianura, a 60 km/h in discesa e a 28 km/h in salita.

Su un percorso misto di 321 km ha impiegato 8 ore e 3 minuti all'andata e 8 ore e 27 minuti per il ritorno, percorrendo la stessa strada in senso inverso.

Calcolare la lunghezza dei tratti di pianura, salita e discesa del percorso di andata.

---

4. E' dato il tetraedro con vertici  $A(3, 0, 0)$ ;  $B(0, 2, 0)$ ;  $C(0, 0, 1)$ ;  $O(0, 0, 0)$ .

Sia  $P$  il punto medio di  $\overline{AB}$ ,  $Q$  il punto medio di  $\overline{BC}$  e  $S$  il punto tale che  $\overrightarrow{OS} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$ .

a) Determinare le coordinate di  $P, Q, S$

b) Verificare che i vettori  $\overrightarrow{PS}$  e  $\overrightarrow{PC}$  sono paralleli

c) Trovare l'angolo  $\widehat{BAC}$

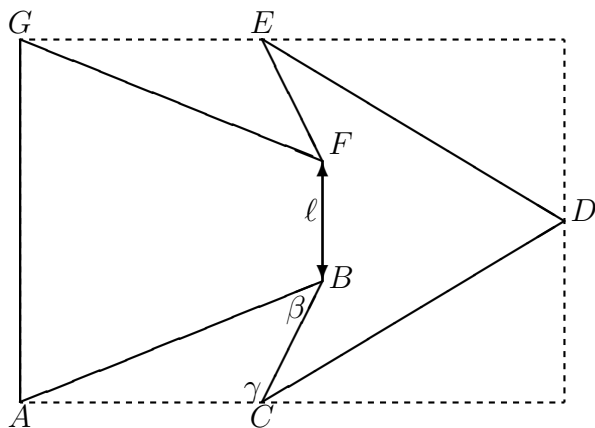
d) Trovare l'area del triangolo  $ABC$

---

Nome e Cognome: .....

---

5. Da un rettangolo di cartone di misure  $90 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$  si vuole ricavare la freccia  $ABCDEFG$  mostrata in figura. La freccia è simmetrica rispetto all'asse orizzontale passante per il punto  $D$ .



Sono dati:  $\|\overline{AB}\| = 54 \text{ cm}$ ,  $\|\overline{AC}\| = 40 \text{ cm}$ ,  $\beta = 30^\circ$ .

- Calcolare l'angolo  $\gamma$ .
  - Calcolare la distanza  $\ell = \|\overline{BF}\|$ .
  - Calcolare il perimetro della freccia.
  - Calcolare l'area della freccia.
- 

6. Un bizzarro matematico di 55 anni ha due figli : Antonio di 27 anni e Biagio di 21. Per determinare l'eredità al primo figlio Antonio, egli definisce la seguente funzione:

$$E(x) = 3x^2 - 408x + 43'872$$

dove  $E$  è l'eredità in CHF e  $x$  è l'età del padre in anni al momento del decesso.

- Qual è l'eredità minima che Antonio può ricevere?
- Per il figlio Biagio, il padre sceglie una funzione di primo grado del tipo  $y = 72x + q$ . Determinare il valore di  $q$  affinché i due fratelli ereditino esattamente un unico e identico importo e calcolare le età dei due fratelli in questo caso.
- Se invece per Biagio il padre volesse creare una funzione di secondo grado del tipo

$$y = ax^2 + bx + 95'712 ,$$

in modo che il valore minimo dell'eredità sia di 30'000 CHF nel caso in cui muoia a 74 anni, quali sarebbero i valori dei coefficienti  $a$  e  $b$  da assegnare alla funzione?

---